

**Corso offerto per il dottorato
in Ingegneria Civile, Chimica e Ambientale
Curriculum di Strutture, Materiali e Geotecnica – a.a. 2015/2016
(cicli XXXI, XXX e XXIX)**

(possibilità di partecipazione per gli studenti di altri cicli del dottorato o di dottorati affini)

1. Titolo

Elementi di calcolo delle variazioni e analisi funzionale con applicazioni in meccanica

2. Descrizione del corso

Questo corso breve tratta i fondamenti del calcolo delle variazioni e dell'analisi funzionale, con applicazioni di queste discipline alla meccanica dei solidi e delle strutture. Al giorno d'oggi i modelli matematici utilizzati dagli ingegneri sono diventati piuttosto sofisticati. Con insufficienti conoscenze di base i futuri ingegneri possono arrivare a credere che il computer sia capace di risolvere ogni problema. Ma qualsiasi metodo matematico utilizzato dai tecnici è limitato. Le proprietà di modelli sofisticati e metodi numerici sono usualmente spiegati utilizzando la terminologia propria dell'analisi funzionale e della moderna teoria delle equazioni differenziali. Senza capire termini come "soluzione debole" e "spazio di Sobolev" non si può comprendere una moderna dimostrazione di convergenza o seguire una rigorosa discussione delle restrizioni imposte su un modello matematico.

Il presente corso offre una visione rigorosa su alcuni argomenti di meccanica dove l'applicazione di questi metodi matematici gioca un ruolo cruciale; tra essi i principi variazionali, le soluzioni classiche e deboli, la convergenza e non convergenza di soluzioni approssimate.

Contenuti

1. Introduction. Historical remarks on the calculus of variations, Ritz method in mechanics and its convergence. Necessity to extend of definition of a solution of boundary-value-problems.
2. Basic Calculus of Variations: Euler's equation for the simplest problem for rods and beams. Main lemma of calculus of variations. Natural boundary conditions.
 - a. Seminar – Derivation of Euler's equations for a given functional.
3. Applications of the Calculus of Variations in Mechanics: extremal principles of statics, eigen oscillations and dynamics of elastic beams and rods. The principle of virtual work. Generalization for elastic solids and structures.
4. Ritz's and Galerkin's methods. Minimization procedure.
 - a. Seminar – examples of using the Ritz and Galerkin methods for bending problems of beams.
5. Elements of Functional Analysis. Notions of an abstract functional and operator. Norm as a measure of distance between elements of an abstract normed space. Examples of functional spaces. Definition of Hilbert spaces. Cauchy sequences and its convergence. Convergence in infinite dimensions. Some examples of difference between finite dimensional and infinite dimensional spaces. The completion theorem. L_p and Sobolev spaces. Orthogonal decomposition of a Hilbert space and the Riesz representation theorem. Basis, Gram-Schmidt procedure, and Fourier series in Hilbert space
6. Applications of Functional Analysis in Mechanics. Equilibrium problem for a clamped membrane and its generalized solution. Principle of virtual work and weak solutions. Examples of nonexistence of classic solutions. Necessity to extend classic definition of solutions. Some energy spaces in mechanics. Difference between classic and weak solutions. Equilibrium of a free membrane. Some other equilibrium problems of linear mechanics: linear elasticity and plates. The Ritz and Galerkin methods. Relations with FEA – Finite Elements Method as a case of Galerkin's method. Convergence of FEM approximations to exact solution. The Hamilton-Ostrogradski principle and generalized setup of dynamical problems in classical mechanics. Generalized setup of dynamic problem for membrane. An eigenfrequency boundary value problem arising in linear mechanics. The Rayleigh and Courant variational principles. Other dynamic problems of linear mechanics.
 - a. Seminar – examples of application of Galerkin's methods for an elastic membrane and for plate. Analysis of various boundary conditions.
 - b. Seminar – derivation of eigenfrequencies for elastic beams and plates using Rayleigh variational principle.

3. Struttura del Corso

Il corso consiste di lezioni e seminari esemplificativi con esercizi.

4. Docente

Victor A. Eremeyev, PhD
Professore alla Rzeszow University of Technology (Poland)

5. Durata e crediti

20 ore (5 crediti)

6. Modalità di attivazione e periodo di svolgimento

Il corso è annuale e sarà tenuto nella settimana dal 15 al 19 febbraio 2016. Il numero minimo di partecipanti per attivare il corso è 5. Il materiale didattico sarà fornito su Aulaweb.

7. Data limite di iscrizione

L'iscrizione è possibile fino al 13 febbraio 2016; si prega di inviare una conferma via e-mail a Giuseppe Piccardo (giuseppe.piccardo@unige.it).

8. Verifica finale

La verifica finale avverrà tramite la soluzione scritta di semplici problemi dopo la fine del corso; essi saranno discussi con il docente (via Skype).

9. Riferimenti raccomandati

Adams, RA. (1975). Sobolev Spaces (Academic Press), New York.
Ciarlet, PG. (1988–2000). Mathematical Elasticity (North Holland).
Ciarlet, PG. The finite element method for elliptic problems (Classics in Applied Mathematics, vol. 40). Philadelphia: SIAM, 2002.
Courant, R., and Hilbert, D. (1989) Methods of Mathematical Physics, Volume 1 (Wiley)
Eremeyev, V.A., Lebedev, L.P. Existence of weak solutions in elasticity. Mathematics and Mechanics of Solids. 2013. 18. No. 2. 204 – 217.
Fichera, G. (1972). Existence theorems in elasticity (XIII.15), and Boundary value problems of elasticity with unilateral constraints (VII.8, XIII.15, XIII.6), in Handbuch der Physik VIa/2, C. Truesdell, ed. (Springer).
Gelfand, IM., and Fomin, SV. (1963). Calculus of Variations (Prentice–Hall).
Lebedev LP., Cloud MJ, Eremeyev VA. (2012). Advanced Engineering Analysis: Calculus of Variations and Functional Analysis with Applications in Mechanics. World Scientific, New Jersey et al.
Lebedev, LP., Vorovich, II., and Gladwell, GML. (1996). Functional Analysis: Applications in Mechanics and Inverse Problems. Kluwer.
Lebedev, LP., and Vorovich, II. (2002). Functional Analysis in Mechanics. Springer.